文章编号:1000-4939(2023)05-1188-06

# 钢管混凝土空间桁拱徐变计算的单一单元模型

陈历强[1],邓继华[1,2],谭建平[1],田仲初[1],谭平[3]

(1. 长沙理工大学土木工程学院,410114 长沙;2. 长沙理工大学桥梁工程安全控制教育部重点实验室,410114 长沙;
3. 广州大学工程抗震研究中心,510405 广州)

**摘 要**:采用空间杆单元模拟结构杆件,基于徐变作用下钢管与核心混凝土黏结良好因而应变协调的特点,结合徐变的时间步增量分析方法,建立适合钢管混凝土空间桁拱徐变分析的单一单元模型并开发了程序,对湖南茅草街大桥(主跨为 368 m 的中承式钢管混凝土拱)进行了《公路钢管混凝土拱桥设计规范》(JTG-T D65-2015)和《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62-2004)规定的两种徐变模式下拱肋下挠、截面应力以及杆件内力重分布的对比分析。结果表明:本研究的钢管混凝土杆件单一单元模型相对于常规的双单元模型能提高计算效率;两种徐变模式下计算的由徐变引起的拱肋下挠、截面应力重分布非常明显,杆件内力重分布不太明显;相对而言,后一种徐变模式下徐变对拱肋受力行为的影响更强些。

**关键词**:钢管混凝土;空间桁拱;徐变;单一单元模型;应变协调

**中图分类号**:TU378.2　　**文献标志码**:A　　**DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2023.05.025

# Single element model for the creep of CFST spatial truss arch

CHEN Liqiang[1], DENG Jihua[1,2], TAN Jianping[1], TIAN Zhongchu[1], TAN Ping[3]

(1. School of Civil Engineering, Changsha University of Science and Technology, 410114 Changsha, China; 2. Ministry of Education Key Laboratory of Safety Control of Bridge Engineering, Changsha University of Science & Technology, 410114 Changsha, China; 3. Earthquake Engineering Research & Test Center, Guangzhou University, 510405 Guangzhou, China)

**Abstract**: The three dimensional bar element was used to simulate the structural members. A single element model suitable for creep analysis of CFST spatial truss arch was established and the program was developed based on the characteristics of strain compatibility resulted from the good bond between steel tube and core concrete, and the time step incremental analysis method of creep was accommodated. The comparative analysis about the deflection of the arch rib, the section stress and the redistribution of the internal force of the member were carried out for the Maocaojie Bridge in Hunan Province (CFST arch with a main span of 368 m), in which the two creep modes specified in code for design of highway concrete filled steel tubular arch bridges (JTG-TD65-2015) and code for design of highway reinforced concrete and prestressed concrete bridges and culverts (JTG D62-2004) were used. The results show that the single element

**收稿日期**:2021-11-11　　**修回日期**:2022-07-28

**基金项目**:国家自然科学基金资助项目(No. 51478049);中国博士后基金资助项目(No. 2014M562154);湖南省科技重大专项资助项目(No. 2015GK1001-1);广东省自然科学基金资助项目(No. 2015A030310141);长沙理工大学青年教师成长计划资助项目(No. 2019QJCZ059)

**通信作者**:邓继华,副教授。E-mail:jihuadeng@sina.com

**引用格式**:陈历强,邓继华,谭建平,等. 钢管混凝土空间桁拱徐变计算的单一单元模型[J]. 应用力学学报,2023,40(5):1188-1193.
CHEN Liqiang, DENG Jihua, TAN Jianping, et al. Single element model for the creep of CFST spatial truss arch[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(5): 1188-1193.

model for CFST member studied in this paper can improve the calculation efficiency compared with the conventional dual elements model. The deflection change of arch rib and the redistribution of section stress for steel tube and core concrete caused by creep are very obvious, and the redistribution of internal force of members is not obvious under the two creep modes, while the influence of creep on the behavior of arch rib is stronger under the latter creep mode.

**Key words**: CFST; spatial truss arch; creep; single element model; strain compatibility

钢管混凝土由于钢管对核心混凝土的约束以及核心混凝土对钢管的支撑而具有优异的受力性能[1]，因此成为大跨径乃至超大跨径拱桥的首选结构形式。我国在 2013 年建成主跨为 530 m 的四川合江长江一桥基础上，又于 2020 年底在广西完成主跨达到 575 m 的平南三桥施工并顺利通车，且还在开展主跨达 700 m 的钢管混凝土拱桥设计与建造的可行性研究[2]。与常规桥梁截面只包含一种主要材料不同，钢管混凝土拱桥截面由具有完全不同材料性质的钢管与混凝土两种材料组成，核心混凝土具有明显的徐变效应，这也成为钢管混凝土拱桥结构分析中必须考虑的重点和难点，目前大部分研究文献都是采用 MIDAS 和 ANSYS 等商业程序进行，结构分析中对于截面里同时包含的钢管与混凝土，一般采用共节点的双单元法[3-5]进行模拟，即一个单元模拟外面的钢管，另一个共节点的单元模拟核心混凝土。对于核心混凝土的徐变效应，在 MIDAS 程序中，一般是先定义时间依存性材料函数，将其赋予某些材料类型，从而实现对使用这些材料类型的单元进行多时步计算分析时能计入徐变效应[6]；而在 ANSYS、ABAQUS 和 MSC 等商业程序中，由于没有专门针对混凝土徐变的计算方式，一般采用金属蠕变 CREEP 形式替代混凝土徐变效应进行计算[7-9]。

应当指出的是，一方面，由于大跨径钢管混凝土拱桥一般采用桁式结构[10]，截面复杂从而杆件数量众多，采用双单元法建立的钢管混凝土拱有限元模型单元数量过于庞大使得计算效率大为降低；另一方面，我国于 2015 年颁布的《公路钢管混凝土拱桥设计规范》(JTG-TD65-2015)首次明确规定了钢管内核心混凝土的徐变计算专用模型以指导钢管混凝土拱桥设计，在该徐变模型中由于考虑了外部钢管对核心混凝土徐变的影响导致计算公式较为复杂，不太方便在类似于 MIDAS 程序等不带二次开发功能的商业程序中使用；同时，由于 ANSYS 等商业程序对金属的蠕变是基于与加载龄期无关的计算模型，这与混凝土的实际徐变效应显然有一定差别。尽管此类程序有针对特定需求而提供的二次开发功能，但对程序使用者要求较高，并不完全方便工程技术人员应用。

鉴于此，考虑到大跨径钢管混凝土拱桥采用桁式结构因而其弦杆、腹杆均以承受轴向力为主，本研究采用空间杆单元模拟钢管混凝土拱的弦杆和腹杆，对钢管混凝土弦杆的徐变，则基于同一截面内钢管与核心混凝土黏结良好因而应变协调的特点，建立钢管混凝土杆件单一杆单元模型；结合时间步增量分析，建立钢管混凝土空间桁拱徐变分析的有限元模型，以主跨为 368 m 的湖南益阳茅草街大桥为例，对比分析《公路钢管混凝土拱桥设计规范》(JTG-TD65-2015)中的钢管内核心混凝土徐变模型与《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62-2004)中普通混凝土的徐变计算模型(该徐变模型也被最新的 2018 公路桥梁规范(JTG 3362-2018)采用)下拱肋下挠、截面应力以及杆件内力重分布问题。

# 1　基本假定

基于钢管混凝土拱的相关试验和理论研究成果[11-12]，本研究采用以下基本假定。

1)不计收缩，对徐变采用线性徐变理论。

2)钢管与混凝土黏结良好，变形前后截面均保持平面。

3)核心混凝土弹性模量始终不变。

4)不考虑施工过程，且只考虑钢管混凝土桁式主拱肋为受力结构。

# 2　钢管混凝土空间杆平衡方程

## 2.1　结构平衡方程

图 1 所示为圆钢管混凝土截面。

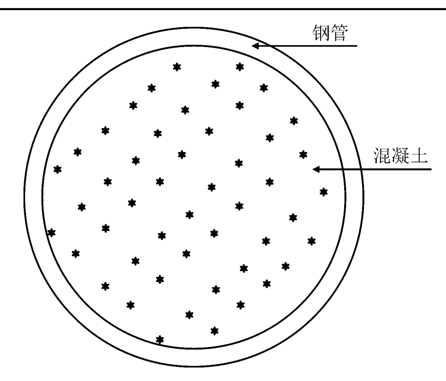



图1 圆钢管混凝土截面

Fig. 1 Circular CFST cross section

由前面钢管与混凝土黏结良好的假设,可知钢管混凝土截面的抗压强度 EA 为

$$\mathrm{EA}=E_sA_s+E_cA_c \tag{1}$$

式中,$E_s$、$A_s$ 与 $E_c$、$A_c$ 分别为截面内钢管部分与混凝土部分的弹性模量和面积。

在考虑混凝土徐变的结构分析中,一般采用分时间段计算,即将整个求解时间轴分为 $t_0,t_1,\cdots,t_n,t_{n+1}$等时刻,相邻时刻之间称呼为时间段,假设外荷载仅施加在时间段起始时刻,在时间段内仅考虑徐变效应,结合杆系有限元的基础理论可得到任一时段末钢管混凝土拱在结构坐标系下的平衡方程为

$$\boldsymbol{K}\Delta\boldsymbol{d}=\Delta\boldsymbol{P}-\Delta\boldsymbol{F}_{\mathrm{cr}} \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{K}$、$\Delta\boldsymbol{P}$ 分别为结构坐标系下的总刚矩阵以及该时间段起始时刻施加的外荷载的等效节点荷载增量,均可按常规有限元方法求得;$\Delta\boldsymbol{d}$ 为结构坐标系下该时间段待求的增量位移矩阵;$\Delta\boldsymbol{F}_{\mathrm{cr}}$为结构坐标下该时间段徐变等效节点荷载增量矩阵,由局部坐标下每一个钢管混凝土空间杆单元的徐变等效节点荷载增量 $\Delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}$转换到结构坐标系后叠加形成,$\Delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}$可定义为该时间段起始时刻及以前核心混凝土的所有应力增量在该时间段内产生的徐变应变增量,将其视为初应变,计算其等效节点荷载增量,并将其作用在该时段末。

## 2.2 单元徐变等效节点荷载增量 $\Delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}$

如前述,将整个求解时间轴分为 $t_0,t_1,\cdots,t_n,t_{n+1}$等时刻,认为应力增量 $\Delta\sigma_{0,\mathrm{c}},\Delta\sigma_{1,\mathrm{c}},\cdots,\Delta\sigma_{n,\mathrm{c}},\Delta\sigma_{n+1,\mathrm{c}}$(下标"c"表示核心混凝土)只发生于各时刻,时间段 $\Delta t_{n+1}(t_n\rightarrow t_{n+1})$内应力并不发生变化,设徐变应变 $\varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n}$和 $\varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n+1}$分别对应于 $t_n$ 和 $t_{n+1}$时刻,故有

$$\varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n}=\sum_{t=0}^{n-1}\frac{\Delta\sigma_{i,\mathrm{c}}}{E_c}\varphi(t_n,t_i)\ ,$$

$$\varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n+1}=\sum_{t=0}^{n}\frac{\Delta\sigma_{i,\mathrm{c}}}{E_c}\varphi(t_{n+1},t_i) \tag{3}$$

式中,$\varphi(t_n,t_i)$为加载龄期 $t_i$、计算龄期 $t_n$ 时核心混凝土的徐变系数。

对于时间段 $\Delta t_{n+1}(t_n\rightarrow t_{n+1})$内徐变应变增量 $\Delta\varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n+1}$,显然有

$$\Delta\varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n+1}=\sum_{t=0}^{n-1}\frac{\Delta\sigma_{i,\mathrm{c}}}{E_c}[\varphi(t_{n+1},t_i)-\varphi(t_n,t_i)]+\frac{\Delta\sigma_{n,\mathrm{c}}}{E_c}\varphi(t_{n+1},t_n) \tag{4}$$

在《公路钢管混凝土拱桥设计规范》(JTG-T D65-2015)中 $\varphi'(t,t_0)$的徐变计算公式为

$$\varphi'(t,t_0)=\frac{\varphi(t,t_0)}{1+\dfrac{E_s}{E_c}[1+p\varphi(t,t_0)a_s]} \tag{5}$$

式中:$\varphi(t,t_0)$为《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62-2004)中普通混凝土徐变系数;$a_s=A_s/A_c$ 为钢管混凝土截面含钢率;$p=1/(1-\mathrm{e}^{-\varphi(t,t_0)})-1/\varphi(t,t_0)$。

由于 $\varphi'(t,t_0)$和 $\varphi(t,t_0)$都不包含加载初期急变项,即 $\varphi(t_n,t_n)$始终等于0,可将式(4)重写为

$$\Delta\varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n+1}=\sum_{i=0}^{n}\frac{\Delta\sigma_{i,\mathrm{c}}}{E_c}[\varphi(t_{n+1},t_i)-\varphi(t_n,t_i)] \tag{6}$$

参照文献[13],将 $\Delta\varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n+1}$视为作用于 $\Delta t_{n+1}$时段末(即 $t_{n+1}$时刻)的初应变,其等效节点荷载增量 $\Delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}$可按下式计算,有

$$\Delta\boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}=\int\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}E_c\Delta\varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n+1}\mathrm{d}\boldsymbol{v}_c=\sum_{i=0}^{n}\left[\int\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\Delta\boldsymbol{\sigma}_{i,\mathrm{c}}\mathrm{d}\boldsymbol{v}_c(\varphi(t_{n+1},t_i)-\varphi(t_n,t_i))\right] \tag{7}$$

式中:$\boldsymbol{B}=[1/l_0\ \ -1/l_0]^{\mathrm{T}}$为空间杆单元的应变矩阵,$l_0$ 为杆单元初始长度;积分符号 $\boldsymbol{v}_c$ 表示仅对核心混凝土区域积分,对于 $\int\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\Delta\boldsymbol{\sigma}_{i,\mathrm{c}}\mathrm{d}\boldsymbol{v}_c$,有

$$\int\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\Delta\boldsymbol{\sigma}_{i,\mathrm{c}}\mathrm{d}\boldsymbol{v}_c=[E_cA_c(\Delta\varepsilon_i-\Delta\varepsilon_{0i})-E_cA_c(\Delta\varepsilon_i-\Delta\varepsilon_{0i})]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

式中:$\Delta\varepsilon_i$ 为节点位移增量引起的应变增量;$\Delta\varepsilon_{0i}$为上一个时间段 $\Delta t_n(t_{n-1}\rightarrow t_n)$的徐变应变增量,有$\varepsilon_{0i}=\Delta\varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n}$。

$$\Delta\boldsymbol{F}_{i,\mathrm{c}}=E_cA_c[\Delta\varepsilon_i\quad-\Delta\varepsilon_{0i}]^{\mathrm{T}},\qquad \Delta\boldsymbol{R}_{i,\mathrm{c}}=E_cA_c[-\Delta\varepsilon_{0i}\quad\Delta\varepsilon_{0i}]^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

式(8)可重写为

$$\int \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \Delta \boldsymbol{\sigma}_{i,\mathrm{c}} \mathrm{d} v_{\mathrm{c}} = \Delta \boldsymbol{F}_{i,\mathrm{c}} + \Delta \boldsymbol{R}_{i,\mathrm{c}} = \Delta \boldsymbol{F}_{i}^{\mathrm{cr}} \tag{10}$$

式中：$\Delta \boldsymbol{F}_{i,\mathrm{c}}$为节点位移增量引起的核心混凝土杆端力增量；$\Delta \boldsymbol{R}_{i,\mathrm{c}}$为$\Delta \varepsilon_{0i}$引起的核心混凝土固端力增量。

将式(10)代入式(7)，有

$$\Delta \boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}} = \sum_{i=0}^{n} \Delta \boldsymbol{F}_{i}^{\mathrm{cr}} (\varphi(t_{n+1}, t_i) - \varphi(t_n, t_i)) \tag{11}$$

式中，$\Delta \boldsymbol{F}_{i}^{\mathrm{cr}}$可称为徐变杆端内力增量。

由式(11)可知，$\Delta \boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}$的计算需利用单元徐变杆端内力$\Delta \boldsymbol{F}_{i}^{\mathrm{cr}}$的整个历史，由文献[14]可知，当徐变系数能表示成指数函数形式时，$\Delta \boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}$可通过递推计算求得。

由于式(5)规定的徐变系数$\varphi'(t,t_0)$不方便拟合成指数函数形式，故只能采用式(4)计算$\Delta \varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n+1}$，在此情况下各时刻的应力增量$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{i,\mathrm{c}}$必须存储；对于式(5)中的$\varphi(t,t_0)$，其可拟合成指数函数形式[13]，故可采用文献[14-15]中介绍的递归方法计算$\Delta \varepsilon_{\mathrm{cr}}^{n+1}$，此时无需存储各时刻的应力增量$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{i,\mathrm{c}}$。

## 3　计算流程

首先确定结构的几何、材料、边界约束与荷载参数，划分时间轴，进行各时间段循环。

对于时间段$\Delta t_1(t_0 \to t_1)$，按常规方法求出结构坐标系下的总刚矩阵（该矩阵存储，后续计算可重复利用）及$t_0$时刻施加的外荷载的等效节点荷载，求解得到结构坐标系下节点位移增量，再分别求出钢管混凝土杆单元内钢管部分与核心混凝土部分的应力增量$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{0,\mathrm{s}}$与$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{0,\mathrm{c}}$，按式（11）计算下一时间段的徐变等效结点荷载$\Delta \boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}$（此时间段内$\Delta \boldsymbol{R}_{0,\mathrm{c}} = 0$）。

对于时间段$\Delta t_2(t_1 \to t_2)$，计算$t_1$时刻施加外荷载的等效节点荷载，再计入上一时间段的徐变等效结点荷载$\Delta \boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}$形成本时间段平衡方程右端的荷载矩阵，求得节点位移增量，本时间段内钢管部分应力增量$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{1,\mathrm{s}}$可直接基于节点位移增量求得，核心混凝土部分的应力增量$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{1,\mathrm{c}}$则由基于节点位移增量求得的一部分再叠加上$\Delta \boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}$产生的一部分求得。再按式（11）计算下一时间段的徐变等效结点荷载$\Delta \boldsymbol{f}_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{c}}$后续时间段$\Delta t_i(i > 2)$的计算同时间段$\Delta t_2$。

## 4　算例分析

湖南益阳茅草街大桥主桥为 368 m 中承式钢管混凝土系杆拱桥（图 2），主跨计算跨径$L = 356$ m，计算矢高$f = 71.2$ m，矢跨比 1/5，主拱轴为悬链线，拱轴系数$m = 1.543$，主拱采用 4 根钢管组成的桁式截面，单管直径 1.0 m，拱肋宽度为 3.2 m，高度则由拱脚的 8 m 逐渐变化至拱顶的 4 m，拱的其他布置及参数值详见文献[16]。

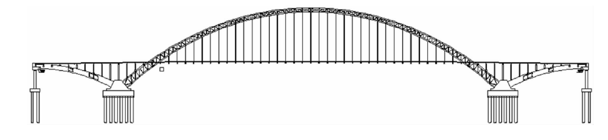


图 2　茅草街大桥

Fig. 2　Maocaojie bridge

本研究取一片拱肋建立有限元模型，如前述假定不考虑施工阶段，在拱肋上纵桥向对应于拱上立柱和吊杆位置处的节点施加集中荷载以模拟桥面系的恒载。对混凝土加载龄期，本研究取为 10 d，徐变计算中止时刻为 100 年，按对数函数来确定各计算时刻[13]。

图 3 示出了按前述两种徐变模式计算得到的徐变 36 500 d 后的上弦杆拱顶节点竖向总位移，作为比较，图中也列出了初始时刻未计徐变的线性位移，图中节点号 1 ~47 表示从拱脚到拱顶。从中可看出徐变的影响是比较大的，以拱顶为例，不考虑徐变以及按核心混凝土徐变和普通混凝土徐变（分别采用《公路钢管混凝土拱桥设计规范》和《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》中的徐变模型，以下均同）计算的竖向总位移分别为 0.2、0.273、0.327 m，如以线性位移为基准，两种徐变模式下的总位移分别增大 46.5% 和 63.5%。

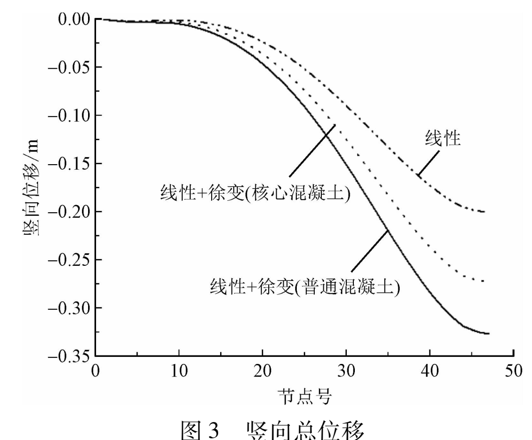



图 3　竖向总位移

Fig. 3　Vertical total displacement

图 4 示出了按上述两种徐变模式计算得到的上弦杆拱跨四分点和跨中拱顶在各时刻的徐变位移，可看出：计徐变 100 年后，按核心混凝土算得的拱跨四分点和跨中拱顶的徐变位移分别为 0.02 m 和

0.073 m,按普通混凝土则分别为0.023 6 m和0.126 m;计徐变980天后,按核心混凝土算得的拱跨四分点和跨中拱顶的徐变位移分别为0.018 m和0.064 m,按普通混凝土则分别为0.031 m和0.109 m,均已超过徐变100年位移值的85%,可知徐变引起的位移大部分都是在前期较短时间内完成,还可看出无论哪种徐变位移,相对于跨径而言都是很小的。

部分文献[11,17]以拱顶总位移与跨径的比值是否超过某一限值(如1/800)来进行服役期限内钢管混凝土拱桥的适用性研究,笔者认为这是不合适的,因为总位移里去掉徐变位移后剩下的是弹性位移,它可以通过在施工中设置预抬量来消除,对桥梁适用性完全无影响,对桥梁适用性有影响的仅是徐变等时变效应所产生的位移。

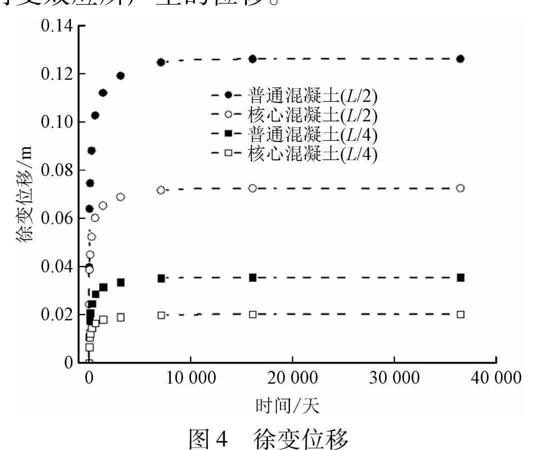
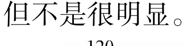



图4　徐变位移

Fig. 4　Creep displacement

图5与图6分别示出了拱顶处上弦杆钢管与混凝土在各时刻的压应力值,初始时拱顶处上弦杆钢管与混凝土的应力值分别为70.6 MPa和11.6 MPa;计徐变100年后,按核心混凝土算得的拱顶处上弦杆钢管与混凝土的应力值分别为98.3 MPa和9.3 MPa,分别变化39.2%和19.8%;按普通混凝土算得的拱顶处上弦杆钢管与混凝土的应力值分别为118.8 MPa和7.7 MPa,分别变化68.3%和33.6%,可看出钢管与混凝土之间存在明显的加卸载现象,钢管受力趋向不利。

图7示出了上弦杆拱顶处截面钢管与混凝土轴力和,可看出其值也随时间变化,在初始时刻,钢管与混凝土轴力和为52 404.8 kN;计徐变100年后,按核心混凝土算得的轴力和为53 377.9 kN,变化1.9%,按普通混凝土算得的轴力和为54 090.3 kN,变化3.2%,由此知钢管混凝土拱在核心混凝土徐变作用下,不仅发生明显的截面内钢管与混凝土之间的应力重分布,也会发生杆件之间的内力重分布,


但不是很明显。

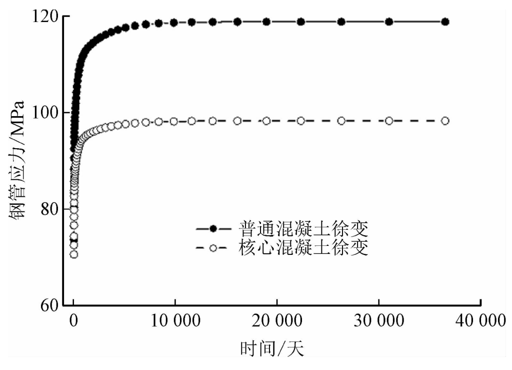



图5　钢管应力


Fig. 5　Stress of steel tube

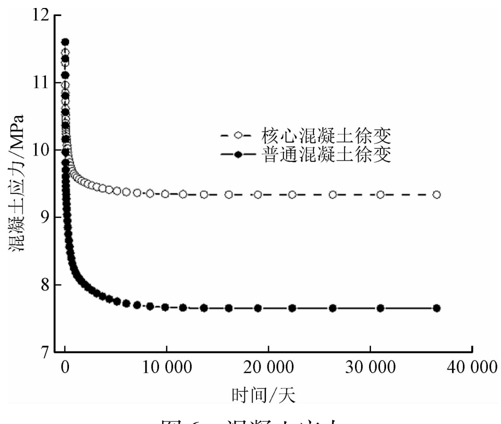



图6　混凝土应力

Fig. 6　Stress of concrete

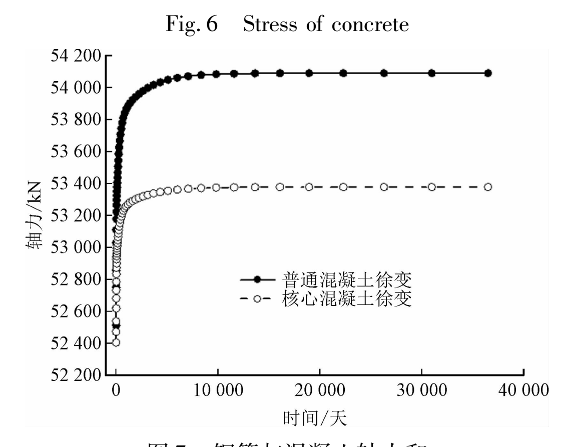



图7　钢管与混凝土轴力和

Fig. 7　The sum of axial force of steel tube and concrete

## 5　结论与展望

1)基于钢管混凝土单一单元模型及钢管内核心混凝土徐变模型建立的算法及开发的程序,相对于目前常采用的基于商业程序的分析方法而言,既方便引入我国规范中钢管内核心混凝土的徐变计算专用模型,又可以将钢管与核心混凝土合在一起建立单元模型,无需分开建模,因此较适合于钢管混凝土

空间桁拱的徐变分析。

2）按钢管内核心混凝土与普通混凝土徐变模式分别进行计算，相对而言，后者的徐变效应更明显些；因此，在对较早时期修建的钢管混凝土拱桥进行维修养护的结构分析时，应综合考虑不同规范下采用的徐变模式的影响。

钢管混凝土拱桥既利用了钢管混凝土作为一种组合结构所具有的优点，又能适应大跨径拱桥施工的特点，因此其建设在我国方兴未艾，其跨径也在不断增长，徐变效应分析中考虑非线性的影响将变得越来越有必要[18-19]，这也是本研究方法在下一步研究中拓展的方向。

## 参考文献：

[1] 韩林海. 钢管混凝土结构-理论与实践[M]. 3 版. 北京：科学出版社，2016：30-66，281-286.

[2] 郑皆连，王建军，牟廷敏，等. 700 m 级钢管混凝土拱桥设计与建造可行性研究[J]. 中国工程科学，2014，16(8)：33-37.
ZHENG Jielian，WANG Jianjun，MOU Tingmin，et al. Feasibility study on design and construction of concrete filled steel tubular arch bridge with a span of 700 m[J]. Engineering sciences，2014，16(8)：33-37(in Chinese).

[3] 姜磊，刘永健，侯蓓蓓. 钢管混凝土拱肋轴力-应变关系[J]. 中国公路学报，2016，29(11)：90-98.
JIANG Lei，LIU Yongjian，HOU Beibei. Axial force-strain relationship of concrete-filled steel tube arch rib[J]. China journal of highway and transport，2016，29(11)：90-98(in Chinese).

[4] 刘铭炜，禹智涛，贺绍华. 基于统一理论的钢管混凝土拱桥稳定性分析[J]. 广东工业大学学报，2018，35(6)：63-68.
LIU Mingwei，YU Zhitao，HE Shaohua. A stability analysis of steel tube concrete arch bridge based on unified theory[J]. Journal of Guangdong University of Technology，2018，35(6)：63-68(in Chinese).

[5] 李霞，胡成. 基于新规范的哑铃型拱肋徐变效应分析[J]. 安徽建筑大学学报，2017，25(1)：11-15.
LI Xia，HU Cheng. Analysis on creep effect of dumbbell-shaped section based on new design code[J]. Journal of Anhui Jianzhu University，2017，25(1)：11-15(in Chinese).

[6] 北京迈达斯技术有限公司. MIDAS/FEA 用户手册[M]. 北京：北京迈达斯技术有限公司，2010.

[7] ANSYS，Inc. Release 12. 0[EB/OL]. [2021-07-08]. https://storage. ansys. com/doc_assets/release_notes/v120/ai_rn/ansysincreleasenotes. html.

[8] SIMULIA. Abaqus 6. 13[EB/OL]. [2021-07-10]. http://130. 149. 89. 49:2080/v6. 13/index. html.

[9] MSC. Software Corporation. MSC. Marc© volume D：User subroutines and special routines：version 2005[EB/OL]. [2021-06-10]. http://www. sd. rub. de/downloads/links/marc_manuals/online_documentation_marc_2005/vold. pdf.

[10] 陈宝春. 钢管混凝土拱桥[M]. 3 版. 北京：人民交通出版社股份有限公司，2016.

[11] 胡守旺，彭建新，张建仁，等. 钢管混凝土拱桥核心混凝土徐变效应可靠度分析[J]. 中国公路学报，2017，30(3)：183-190.
HU Shouwang，PENG Jianxin，ZHANG Jianren，et al. Reliability analysis of core concrete creep effect on concrete-filled steel tubular arch bridge[J]. China journal of highway and transport，2017，30(3)：183-190(in Chinese).

[12] SHAO X D，PENG J X，LI L F，et al. Time-dependent behavior of concrete-filled steel tubular arch bridge[J]. Journal of bridge engineering，2010，15(1)：97-108.

[13] 颜东煌，田仲初，李学文，等. 混凝土桥梁收缩徐变计算的有限元方法与应用[J]. 中国公路学报，2004，17(2)：55-58.
YAN Donghuang，TIAN Zhongchu，LI Xuewen，et al. Finite element method and application for the shrinkage and creep of concrete bridges[J]. China journal of highway and transport，2004，17(2)：55-58(in Chinese).

[14] 李学文，姚康宁，颜东煌. 利用最小二乘法实现 2004 规范徐变系数的指数函数拟合[J]. 长沙交通学院学报，2006，22(3)：20-24.
LI Xuewen，YAO Kangning，YAN Donghuang. Using least square method fitting the creep coefficient functions of concrete listed in the bridge criterion (JTG D62-2004) with exponential function model[J]. Journal of Changsha Communications University，2006，22(3)：20-24(in Chinese).

[15] ANTONIO R M. Nonlinear geometric，material and time dependent analysis of three dimension reinforced and prestressed concrete frames[R]. University of California，Berkeley：[s. n. ]，1984.

[16] 李瑜，胡建华，王甜. 茅草街大桥钢管混凝土拱桥设计与关键技术研究[J]. 中外公路，2009，29(2)：115-119.
LI Yu，HU Jianhua，WANG Tian. Research on the design and key technology of concrete filled steel tube arch bridge of Maocaojie bridge[J]. Journal of China & foreign highway，2009，29(2)：115-119(in Chinese).

[17] MA Y S，WANG Y F. Creep effects on the reliability of a concrete-filled steel tube arch bridge[J]. Journal of bridge engineering，2013，18(10)：1095-1104.

[18] 邓继华，邵旭东，谭平. 几何非线性与徐变共同作用下三维杆系结构有限元分析[J]. 工程力学，2015，32(6)：117-123.
DENG Jihua，SHAO Xudong，TAN Ping. Finite element analysis for 3-D frame structures under combined actions of geometric nonlinearity and creep[J]. Engineering mechanics，2015，32(6)：117-123(in Chinese).

[19] 陈亮. 组合梁几何非线性与长期效应的同步算法[J]. 同济大学学报(自然科学版)，2017，45(8)：1108-1113.
CHEN Liang. Algorithm of composite beam synchronously considering geometrical nonlinearity and long term effects[J]. Journal of Tongji University(natural science)，2017，45(8)：1108-1113(in Chinese).

（编辑　张璐）